

آزمون ورودی دوره دکتری ریاضی

تاریخ امتحان: ۸۱/۳/۴

موضوع امتحان: علوم کامپیوتر

(۱۵ نمره) ۱- گزاره‌های زیر را اثبات یا با مثال مناسب رد کنید.

الف) اگر $L \subseteq \{0, 1\}^*$ آنگاه L^* یک زبان منظم است.

ب) اگر $L \subseteq \{0, 1\}^*$ یک زبان نامنظم باشد آنگاه L^* نیز یک زبان نامنظم است.

ج) برای هر DFA مثل A یک DFA معادل مثل B وجود دارد به طوری که B فقط دارای یک حالت پذیرش است.

(۱۰ نمره) ۲- اگر L_1 و L_2 دو زبان منظم روی Σ باشند نشان دهید

$$L_1/L_2 = \{x \mid \exists y \in L_2, xy \in L_1\}$$

نیز منظم است.

(۱۱ نمره) ۳- آیا هر زبان مستقل از متن تصمیم‌پذیر (بازگشتی) است؟ (چرا؟)

(۲۴ نمره) ۴- در مورد تصمیم‌پذیری مسائل زیر بحث کنید (اثبات یا رد کنید).

الف) برای گرامر مستقل از متن G ، آیا $L(G)$ متناهی است؟

ب) برای دو گرامر مستقل از متن G_1 و G_2 ، آیا $L(G_1) \cap L(G_2)$ ناتهی است؟

Computer Science

(15 points) 1. Prove or disprove by giving counter-examples.

- a) If $L \subseteq \{0,1\}^*$ then L^* is a regular language.
- b) If $L \subseteq \{0,1\}^*$ is a nonregular language then L^* is also a nonregular language.
- c) For any DFA A there exists an equivalent DFA B such that B has only one terminal (accepting) state.

(10 points) 2. Let L_1 and L_2 be two regular languages over Σ . Show that

$$L_1/L_2 = \{x \mid \text{for some } y \in L_2, xy \in L_1\}$$

is regular.

(11 points) 3. Is it true that any context-free language is decidable (i.e recursive)? (why?)

(24 points) 4. Discuss about the decidability of the following problems (prove or disprove).

- a) Given a context-free grammar G , is $L(G)$ finite?
- b) Given two context-free grammars G_1 and G_2 , is $L(G_1) \cap L(G_2)$ nonempty?