

بسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده علوم ریاضی

آزمون ورودی دوره دکتری ریاضی

تاریخ امتحان: ۸۲/۲/۲۵
موضوع امتحان: نظریه علوم کامپیوتر

(۱۰ نمره) ۱- برای عبارت منظم $(11 + 10)^*$

الف) یک DFA متناظر ارائه کنید.

ب) یک گرامر متناظر ارائه کنید.

(۱۵ نمره) ۲- برای هر عدد صحیح و ثابت $k \geq 0$ کلاس زبانهای $C_k \supseteq 2^{\{0,1\}^*}$ را بصورت زیر تعریف می کنیم

$$L \in C_k \Leftrightarrow L = \{w_1 w_2 \dots w_n \mid \phi(w_n, w_{n-1}, \dots, w_{n-k})\},$$

که در آن $w_i \in \{0, 1\}$ ها و ϕ یک عبارت بولی است. برای هر $k \geq 0$

الف) موقعیت کلاس C_k را در طبقه بندی چامسکی مشخص کنید.

ب) وضعیت بسته بودن کلاس C_k نسبت به عملگرهای اجتماع « \cup »، الحاق « \cdot »، و ستاره « $*$ » را مشخص کنید.

(۲۰ نمره) ۳- یک ماشین LPDA یک ماشین PDA (Push down Automaton) است به طوری که هرگاه $h(t)$

ارتفاع (یا عمق) حافظه stack آن باشد، چنانچه $h(t_0) < h(t_0 - 1)$ آنگاه $h(t_0 + 1) \leq h(t_0)$

$\forall t \geq t_0$ (یعنی هرگاه stack شروع به کوتاه شدن نمایند همواره از آن به بعد یا ثابت یا کوتاهتر

خواهد شد).

الف) موقعیت زبانهای متناظر با مدل LPDA را در طبقه بندی چامسکی مشخص کنید.

ب) یک رده از گرامرها که متناظر با مدل LPDA باشند را مشخص نمایید.

(۱۵ نمره) ۴- در مورد تصمیم‌پذیری زبان زیر بحث کنید، که در آن $\langle T, w \rangle$ یک کودینگ مناسب از ماشینهای تورینگ باینری و کلمات ورودی است.

$$L \triangleq \{ \langle T, w \rangle \mid \text{در محاسبه } w \text{ حداقل یک بار خود را به سمت چپ می‌برد.} \}$$

Ph.D. Entrance Examination Computer Science

(10 points) 1. For the regular expression, $R = (11 + 10)^*$,

- a) Introduce a DFA whose language is R .
- b) Introduce a grammar whose language is R .

(15 points) 2. For any given integer $k \geq 0$ define the class $C_k \subseteq 2^{\{0,1\}^*}$ as follows,

$$L \in C_k \Leftrightarrow L = \{w_1 w_2 \cdots w_n \mid \phi(w_n, w_{n-1}, \dots, w_{n-k})\},$$

in which $w_i \in \{0, 1\}$ and ϕ is a Boolean expression. For any $k \geq 0$,

- a) Locate C_k in Chomsky's hierarchy.
- b) Determine whether C_k is closed under union "∪", concatenation "." and the star "∗" operations.

(20 points) 3. An LPDA is a PDA (Push Down Automaton) such that whenever the height of the stack $h(t)$ starts to decrease, then it never increases again, i.e.

$$h(t_0) < h(t_0 - 1) \Rightarrow \forall t \geq t_0. h(t + 1) \leq h(t).$$

- a) Locate the class of languages corresponding to LPDA's in Chomsky's hierarchy.
- b) Introduce a class of grammars that corresponds to the class of LPDA's.

(15 points) 4. Determine whether the following language is decidable ($\langle T, w \rangle$ is a suitable coding of binary Turing machines and their inputs).

$$L = \{\langle T, w \rangle \mid T \text{ moves its head at least once to the left during computing } w.\}$$